

DAS ABREISSEN VON DAMPFBLASEN AN FESTEN HEIZFLÄCHEN

J. MITROVIĆ

Institut für Technische Thermodynamik und Thermische Verfahrenstechnik der Universität Stuttgart, F.R.G.

(Received 26 April 1982 and in revised form 27 August 1982)

Zusammenfassung—Abreißradien wachsender Dampfblasen werden in der Regel mit Hilfe einer Kräftebilanz ermittelt. Nicht selten enthält diese Bilanz auch die an der Kontaktfläche zwischen dem Dampf und der Heizfläche wirkende Kraft. Da diese im Augenblick des Blasenabreißens jedoch verschwindet, sind Gleichungen für den Blasenabreißradius, die diese Kraft enthalten, nicht korrekt.

In dieser Arbeit werden zunächst bisherige Vorstellungen über die Vorgänge des Blasenabreißens erörtert. Es wird gezeigt, daß im Augenblick des Abreißens einer Dampfblase jede Wechselwirkung zwischen dem Dampf und der Heizfläche verschwinden muß. Sodann wird unter der Voraussetzung einer form-unveränderlichen Blasenoberfläche eine Beziehung für den Blasenabreißradius aufgestellt. Anschließend wird der zeitliche Ablauf des Abreißvorgangs einer Dampfblase beschrieben.

NOMENKLATUR

- A, Oberfläche;
a, Beschleunigung;
g, Fallbeschleunigung;
K, Kraft;
p, Druck;
 Δp , Druckdifferenz;
r, Radius;
 r_* , Radius der Kontaktfläche, Abb. 1;
t, Zeit;
V, Volumen;
z, Koordinate.
 β , Randwinkel;
 σ , Oberflächenspannung;
 ξ , Formfaktor;
 ζ , Widerstandsbeiwert;
 ρ , Dichte.

Indizes

- A, auftriebsbedingt;
a, ablösend;
d, dynamisch;
h, haftend;
l, Flüssigkeit, umgebendes Fluid;
 l_0 , umgebendes Fluid—Unterlage;
0, in der Ebene der Unterlage;
p, druckbedingt;
T, trägeheitsbedingt;
 σ , infolge Oberflächenspannung;
 ζ , widerstandsbedingt.

1. EINLEITUNG

BEI FREIEN Dampfblasen ist die in sich geschlossene Phasengrenze in der Regel konkav gekrümmmt, während sie bei gebundenen Dampfblasen an manchen Stellen eben ist oder gar knokav-konvex gekrümmmt sein kann. Die Krümmung der Phasengrenze hängt von den Wechselwirkungen zwischen dem Dampf und der Umgebung ab.

Auf kaum überwindbare Schwierigkeiten stößt man

bei dem Versuch, die Wechselwirkungen einer gebundenen Dampfblase, wie sie bei der Verdampfung an einer Heizfläche beobachtet werden kann, formelmäßig richtig zu erfassen. Hinsichtlich der Krümmung weist die Oberfläche einer gebundenen Dampfblase während des Wachstums starke Unterschiede auf. In unmittelbarer Nähe der Heizfläche ist die Blasenoberfläche, unabhängig von der Lage der Heizfläche, konkav-konvex gekrümmmt. Die konkav-konvexe Krümmung wird durch die intensive Verdampfung an der Schnittlinie zwischen Blasenoberfläche und Heizfläche hervorgerufen. Diese Tatsache erschwert vor allem die Beschreibung der Gleichgewichtsbedingungen einer wachsenden Dampfblase und die Aufstellung von Blasenabreißbeziehungen. Vereinfachungen erweisen sich deshalb als notwendig. Im allgemeinen setzt man daher eine nur konkav gekrümmte Blasenoberfläche voraus. Das Gleichgewicht einer solchen Dampfblase versucht man dann mit Hilfe der für einen starren Körper gleicher Form gültigen Beziehungen zu beschreiben.

In einigen Arbeiten über die Blasendynamik wird eine der wesentlichen Kräfte, nämlich die infolge der Oberflächenspannung, bei der Bestimmung des Blasenabreißradius jedoch nur unzureichend erfaßt. In der Kräftebilanz an einer wachsenden Dampfblase erscheint die von der Oberflächenspannung herrührende Kraft als Haftkraft und in einigen Untersuchungen aber zugleich als Auftriebskraft. Daß die aus solcher Kräftebilanz ermittelte Beziehung für den Blasenabreißradius nicht selten die gemessenen Werte trotzdem gut wiedergibt, liegt offenbar daran, daß die Ergebnisse durch Variation von Anpaßparameter sowohl qualitativ als auch quantitativ fast beliebig verändert werden können.

2. KRÄFTEBILANZ AN EINER DAMPFBLASE

2.1. Bisherige Vorstellungen

Bei der Bestimmung des Blasenabreißradius setzt man die an der Dampfblase haftend wirkenden Kräfte gleich den Ablösekräften gemäß Abb. 1. Dies führt zu

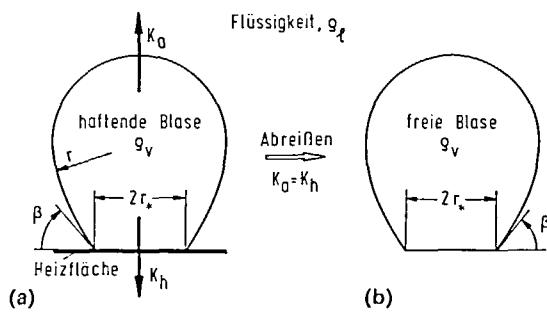


Abb. 1. Kräfte an einer haftenden und Form einer freien Dampfblase.

der Kräftebilanz

$$K_a = K_b, \quad (1)$$

in der K_a und K_b die Resultierenden aller ablösend und aller haftend wirkenden Kräfte bezeichnen. Entsprechend den Ergebnissen einer eingehenden Untersuchung von Beer [1] greifen die Widerstandskraft K_z und die Oberflächenspannkraft K_s haftend an der Blase an

$$K_z = 0.5\pi\zeta\rho_l r^2 (dr/dt)^2, \quad (2)$$

$$K_s = 2\pi r_* \sigma \sin \beta. \quad (3)$$

In den Gleichungen (2) und (3) bezeichnen ζ den Widerstandsbeiwert, ρ_l die Dichte der Flüssigkeit, σ die Oberflächenspannung und t die Zeit. Die beiden Radien r und r_* sowie der Randwinkel β können Abb. 1 entnommen werden.†

Die resultierende Haftkraft K_h wird somit

$$K_h = 0.5\pi\zeta\rho_l r^2 (dr/dt)^2 + 2\pi r_* \sigma \sin \beta. \quad (4)$$

Ablösend wirken die Auftriebskraft K_A infolge Dichtedifferenz, die Druckkraft K_p und die Trägheitskraft K_T

$$K_A = V(\rho_1 - \rho_v)g, \quad (5)$$

$$K_p = \left(2\frac{\sigma}{r} + \Delta p_d \right) \pi r_*^2, \quad (6)$$

$$K_T = -V\rho_l(d^2r/dt^2). \quad (7)$$

Neben den schon erwähnten Größen kommen in Gleichungen (5)–(7) die Dichte ρ_v des Dampfes, das Blasenvolumen V , der dynamische Überdruck Δp_d in der Blase und die Fallbeschleunigung g vor. Mit den Gleichungen (5) und (6) ergibt sich die resultierende Ablösekraft zu

$$K_a = V(\rho_1 - \rho_v)g + \left(2\frac{\sigma}{r} + \Delta p_d \right) \pi r_*^2 - V\rho_l(d^2r/dt^2). \quad (8)$$

Setzt man die Gleichungen (4) und (8) in Gleichungen (1) ein, so folgt:

$$2\pi r_* \sigma \sin \beta = 2\frac{\sigma}{r} \pi r_*^2 + V(\rho_1 - \rho_v)g + K_d, \quad (9)$$

mit K_d als der resultierenden dynamischen Kraft

$$K_d = \Delta p_d \pi r_*^2 - V\rho_l(d^2r/dt^2) - 0.5\pi\zeta\rho_l r^2 (dr/dt)^2. \quad (10)$$

Üblicherweise wird die Dampfblase als kugelförmig betrachtet, wobei r_* durch $r \sin \beta$ ersetzt wird. Gleichung (9) geht hiermit über in

$$V(\rho_1 - \rho_v)g + K_d = 0. \quad (11)$$

Setzt man ein quasistatisches Blasenwachstum derart voraus, daß die dynamische Kraft K_d vernachlässigt werden darf, so erhält man aus Gleichung (9) die statische Kräftegleichung

$$2\pi r_* \sigma \sin \beta = 2\frac{\sigma}{r} \pi r_*^2 + V(\rho_1 - \rho_v)g. \quad (12)$$

Diese Beziehung wurde etwa zur gleichen Zeit von Wark [2] und Kabanov und Frumkin [3, 4] aufgestellt. Sie beschreibt die Abhängigkeit der geometrischen Größen r , r_* und β von den Stoffwerten σ , ρ_1 und ρ_v . Gleichung (12) besagt, daß die "schwere" Phasengrenze keine Kugelform besitzen kann. Die Annahme einer kugelförmigen Phasengrenze ist folglich entweder bei verschwindend kleiner Differenz $\rho_1 - \rho_v$ zwischen den Dichten ρ_1 und ρ_v der beiden Phasen oder hinreichend niedrigen Werten der Fallbeschleunigung g annähernd erfüllt.

Die Abreißradien von Dampfblasen werden in der Regel nach einer der Gleichungen (9), (11) und (12) ermittelt. Im folgenden wird gezeigt, daß diese Gleichungen die Bedingungen für das Blasenablösen nicht richtig beschreiben und daß die diesen Gleichungen zugrundeliegenden Annahmen nicht zutreffen.

2.2. Ablösebedingung einer formunveränderlichen Dampfblase

Die Ablösebedingung der in Abb. 1 dargestellten Dampfblase, deren Phasengrenze eine "eingefrorene" Form besitzt, kann durch entsprechende Anwendung der Gleichung (9) beschrieben werden. Diese Gleichung wird zuerst so umgeformt, daß die Kraft ΔK_0 , mit welcher der Dampf relativ zur umgebenden Flüssigkeit auf die Unterlage wirkt, explizit erscheint. Für diese Kraft erhält man aus Gleichung (9) die Beziehung

$$\Delta K_0 = 2\pi r_* \sigma \sin \beta - V(\rho_1 - \rho_v)g - K_d^*. \quad (13)$$

mit

$$K_d^* = K_d - \Delta p_d \pi r_*^2. \quad (14)$$

Die Kraft ΔK_0 nach Gleichung (13) stellt die resultierende Kraft zwischen dem Dampf in der Blase und der Heizfläche relativ zur Flüssigkeit dar. Mit dieser Kraft wird die Dampfmasse an der Heizfläche festgehalten.

† In der Originalmitteilung [1] ist die Widerstandskraft K_z auf die Kontaktfläche $r_*^2 \pi$ zwischen dem Dampf und der Heizwand bezogen.

Will man nun die Dampfblase von der Unterlage ablösen, so müssen die an der Blase angreifenden Kräfte solche Werte annehmen, daß die Kraft ΔK_0 verschwindet. Diese Bedingung ist zwingend notwendig, damit aus einer gebundenen Dampfblase eine freie, von der Unterlage abgelöste Blase entsteht [Abb. 1(b)]. Die Ablösebedingung der Dampfblase lautet somit:

$$\Delta K_0 = 0. \quad (15)$$

Diese Ablösebedingung unterscheidet sich wesentlich von den in der Literatur [1–6] angegebenen. Daß Gleichung (15) die Abreißbedingungen einer formunveränderlichen Dampfblase jedoch korrekt erfaßt, soll mit Hilfe der folgenden allgemeinen Betrachtungen bewiesen werden.

3. EINIGE ALLGEMEINE PHÄNOMENE DER KAPILLARITÄT

Den folgenden Betrachtungen liegt ein reales physikalisches System zugrunde, das nicht nur die erforderlichen Gedankenexperimente, sondern ebenfalls eine tatsächliche Überprüfung der theoretisch erhaltenen Ergebnisse erlaubt. Ein solches sich in Ruhe befindliches System besteht gemäß Abb. 2 aus einem Kapillarkörper und seiner Umgebung. Als Kapillarkörper wird eine durch kapillare Wirkungen zusammengehaltene homogene und endliche Masse der Dichte ρ bezeichnet. Diese Masse befindet sich auf einer ebenen und waagrecht angeordneten Unterlage; sie ist vom umgebenden Fluid der Dichte $\rho_1 \neq \rho$ durch eine ausgeprägte Phasengrenze getrennt. Das vom Kapillarkörper eingenommene Volumen steht mit dem umgebenden Fluid über ein U-Rohr in Verbindung. Die Kapillarerscheinungen im U-Rohr sollen nicht beachtet werden.

Mit Hilfe dieser schematischen Anordnung kann die Kraft ΔK_0 zwischen dem Kapillarkörper und seiner Unterlage durch Messungen der Entfernung h der Phasengrenze von der Unterlage bestimmt werden. Ebenfalls ermöglicht die gemessene Entfernung h , den mittleren Krümmungsradius des Kapillarkörpers r als Funktion der Höhe z zu ermitteln.

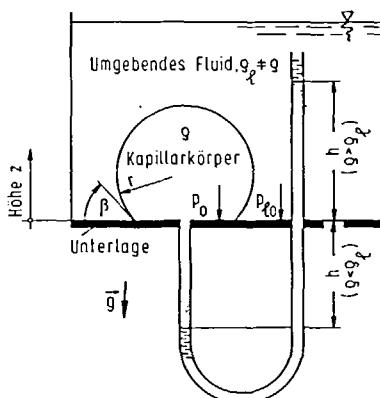


ABB. 2. Physikalisches System.

3.1. Mittlerer Krümmungsradius eines Kapillarkörpers

Die Gleichgewichtsbetrachtungen an einem in der Höhe z befindlichen Flächenelement des Kapillarkörpers, siehe Abb. 2, führen zu einer einfachen Beziehung für den mittleren Krümmungsradius r .

In einer beliebigen Höhe z herrscht im umgebenden Fluid mit der konstanten Dichte ρ_1 der Druck p_1

$$p_1 = p_{10} - \rho_1 g z. \quad (16)$$

Im Kapillarkörper in der gleichen Entfernung z von der Unterlage herrscht der Druck p , der mit dem Druck p_1 nach der Laplace-Gleichung wie folgt zusammenhängt:

$$p = 2 \frac{\sigma}{r} + p_{10} - \rho_1 g z. \quad (17)$$

In dieser Gleichung bezeichnen r den mittleren Krümmungsradius der Phasengrenze an der Stelle z und p_{10} den Druck des umgebenden Fluids auf die Unterlage. Der Term $2\sigma/r$ stellt den Laplace- oder Kapillardruck dar.

Bezeichnet p_0 den Druck im Kapillarkörper in der Ebene der Unterlage, so ist unter der Voraussetzung konstanter Dichte ρ der Druck p durch die hydrostatische Druckbezeichnung

$$p = p_0 - \rho g z \quad (18)$$

gegeben.

Aus Gleichungen (17) und (18) ergibt sich für die Druckdifferenz $p_0 - p_{10}$ folgender Ausdruck:

$$p_0 - p_{10} = 2 \frac{\sigma}{r} + g(\rho - \rho_1)z. \quad (19)$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist unter den gegebenen Vereinfachungen konstant. Offensichtlich muß sich der Krümmungsradius r mit der Höhe z derart ändern, daß die Summe beider Terme auf der rechten Seite ebenfalls stets konstant bleibt. Für den Fall der Schwerelosigkeit, d.h., $\rho = \rho_1$ oder $g = 0$, nimmt r einen von z unabhängigen Wert an.

Im allgemeinen sind jedoch die Dichten ρ und ρ_1 voneinander verschieden. Die Druckdifferenz $p_0 - p_{10}$ in Gleichung (19) kann nach der in Abb. 2 skizzierten Anordnung gemessen werden. Mit der gemessenen Höhe h erhält man

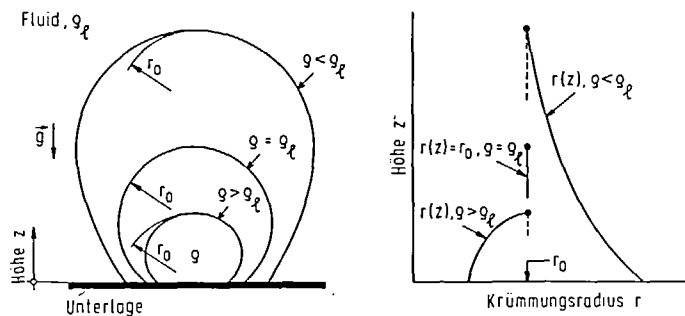
$$p_0 - p_{10} = \pm g(\rho - \rho_1)h. \quad (20)$$

Das negative Vorzeichen ist zu verwenden, wenn $\rho < \rho_1$ ist. Setzt man in Gleichung (19) für $p_0 - p_{10}$ die Beziehung nach Gleichung (20) ein und löst anschließend nach r auf, so folgt allgemein für $\rho > \rho_1$

$$r = \frac{2\sigma}{g(\rho - \rho_1)(h - z)} \quad (21)$$

und für $\rho < \rho_1$

$$r = \frac{2\sigma}{g(\rho_1 - \rho)(h + z)}. \quad (22)$$

ABB. 3. Die Form der Phasengrenze und der mittlere Krümmungsradius r abhängig von der Höhe z .

Die Gleichungen (21) und (22) geben die Abhängigkeit des mittleren Krümmungsradius r der Phasengrenze von der Höhe z wieder. Die Ermittlung von r an einer beliebigen Stelle z wird somit auf eine relativ einfache Messung der Höhe h zurückgeführt.

Entsprechend den Gleichungen (21) und (22) sind die Verläufe von r in Abb. 3 schematisch dargestellt. Um die Unterschiede zu verdeutlichen, wurde der Radius r am Scheitel der Phasengrenze in allen betrachteten Fällen ($\rho < \rho_1$, $\rho > \rho_1$, $\rho = \rho_1$) als gleich groß vorausgesetzt und mit r_0 bezeichnet. Für $\rho > \rho_1$ hat der Kapillarkörper eine Tropfenform; der Radius r nimmt mit der Höhe z zu. Für $\rho > \rho_1$ ergibt sich eine Blasenform; in diesem Fall nimmt r mit der Höhe z ab.

3.2. Kraft zwischen dem Kapillarkörper und seiner Unterlage

Die Kraft K_0 , mit welcher ein Kapillarkörper auf seine Unterlage wirkt, wird mit Hilfe der Darstellung in Abb. 4 ermittelt. Das Bild zeigt einen Kapillarkörper, dessen Systemgrenze zur Umgebung auf die Innenseite so nahe an die Phasengrenze gelegt ist, daß die Systemgrenze die gesamte Masse des Kapillarkörpers einschließt. Andererseits soll die Entfernung der Systemgrenze von der Phasengrenze so groß gewählt sein, daß die eingeschlossene Masse im Hinblick auf die Fernwirkungen der Phasengrenze als isotrop betrachtet werden darf.

Die Kraft K_0 stellt die Differenz zwischen den senkrecht auf die Körperunterlage wirkenden Volumen- und Oberflächenkräften dar. Bezeichnet a die resultierende Beschleunigung des Massenelementes dV , bzw. die resultierende Kraft je Masseneinheit in Richtung der z -Achse, p den resultierenden Druck senkrecht zum Flächenelement dA der Systemgrenze, und sieht man von den Tangentialspannungen ab, so

ergibt sich für die Kraft K_0 folgende Beziehung:

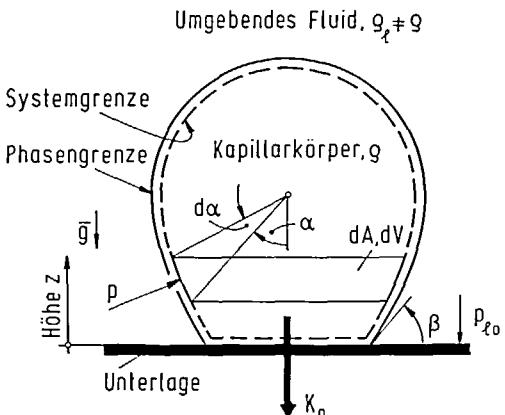
$$K_0 = \int_V a pdV - \int_A p \cos \alpha dA. \quad (23)$$

Das Volumenintegral erstreckt sich über das gesamte Volumen des Kapillarkörpers, während das Flächenintegral lediglich über den gekrümmten Teil der Systemgrenze zu nehmen ist.

Um die Integrationen nach Gleichung (23) durchzuführen zu können, müssen die Beschleunigung a und der Druck p als Funktionen der Koordinaten bekannt sein. Im allgemeinen Fall eines Kapillarkörpers, der dynamischen Einwirkungen unterworfen ist, dürfte es jedoch kaum möglich sein, diese Funktionen explizit zu ermitteln. Deshalb soll im folgenden Beispiel die Kraft K_0 unter der Annahme berechnet werden, der Kapillarkörper sei lediglich statischen Einwirkungen ausgesetzt.

Mit dieser Vereinfachung wird in Gleichung (23) die Beschleunigung a mit der Fallbeschleunigung g identisch. Der Druck p kann nach Gleichung (17) berechnet werden. Für K_0 erhält man

$$K_0 = \int_V g \rho dV - \int_A \left(p_{10} + 2 \frac{\sigma}{r} - \rho_1 g z \right) \cos \alpha dA. \quad (24)$$



† Die so gewählte Lage der Systemgrenze ermöglicht alle äußeren Einflüsse auf den Kapillarkörper, einschließlich der Verdampfung an der Phasengrenze, bei der Aufstellung von Bilanzen einfach zu erfassen. Diese Lage der Systemgrenze läßt den betrachteten Körper homogen erscheinen und ist deshalb der von Chesters [7] gewählten vorzuziehen.

ABB. 4. Kräfte an einem Kapillarkörper.

Setzt man weiterhin die Differenz zwischen den Dichten ρ und ρ_1 als hinreichend klein voraus, so kann der Kapillarkörper in erster Annäherung als kugelförmig betrachtet werden. Das Flächen- und das Volumelement sind in diesem Falle einfache Funktionen von z bzw. von α (Abb. 4). Mit $z = r(\cos\beta - \cos\alpha)$, $dA = 2r^2\pi\sin\alpha dx$ und $dV = r^3\pi\sin^3\alpha dx$ geht Gleichung (24) nach Integration über in

$$K_0 = \pi r^2 \left(p_{10} + 2 \frac{\sigma}{r} \right) \sin^2\beta - \pi gr^3(\rho_1 - \rho) \times \left(\frac{2}{3} + \cos\beta - \frac{1}{3}\cos^3\beta \right). \quad (25)$$

Nach dieser Beziehung kann man die Kraft an der Kontaktfläche zwischen dem Kapillarkörper und der Unterlage berechnen, wenn der Randwinkel β und die physikalischen Eigenschaften beider Phasen bekannt sind. Es ist jedoch für die weiteren Betrachtungen noch von Interesse, die Differenz ΔK_0 zwischen der Kraft K_0 nach Gleichung (25) und der Kraft K_{10} an der Kontaktfläche des umgebenden Fluids und der Unterlage zu ermitteln.

Die Kraft K_{10} erhält man direkt aus Gleichung (25) unter Beachtung der Tatsache, daß im System keine Dichteunterschiede und keine Phasengrenze vorhanden sind. Hierbei ergibt sich

$$K_{10} = \pi r^2 p_{10} \sin^2\beta. \quad (26)$$

Für die Differenz $\Delta K_0 = K_0 - K_{10}$ folgt:

$$\Delta K_0 = 2\pi r \sin^2\beta - \pi gr^3(\rho_1 - \rho) \times \left(\frac{2}{3} + \cos\beta - \frac{1}{3}\cos^3\beta \right). \quad (27)$$

Diese Gleichung gilt für einen "aufsitzenden" Kapillarkörper. Will man sie auf einen "hängenden" Kapillarkörper anwenden, so muß statt der Differenz der beiden Terme auf der rechten Seite deren Summe genommen werden. Es sei weiterhin erwähnt, daß die Beziehung für ΔK_0 gemäß Gleichung (27) ihrem Aufbau nach mit einer Gleichung von Kirchhoff [8] für diejenige Kraft identisch ist, mit welcher eine in der Phasengrenze zwischen zwei nicht mischbaren Flüssigkeiten angeordnete Platte im Gleichgewicht gehalten wird. Bezieht man die Kraft ΔK_0 auf die Größe $r^2\pi\sin^2\beta$ der Kontaktfläche, siehe auch Abb. 1, so ergibt sich für die Druckdifferenz $\Delta p_0 = \Delta K_0/(r^2\pi\sin^2\beta)$ die Gleichung

$$\Delta p_0 = 2 \frac{\sigma}{r} - gr(\rho_1 - \rho) \frac{2 + 3\cos\beta - \cos^3\beta}{3\sin^2\beta}. \quad (28)$$

Diese Druckdifferenz ist von null verschieden, solange der Kapillarkörper mit seiner Unterlage in Wechselwirkung steht.

3.3. Ablösung des Kapillarkörpers

An dem bisher als starr betrachteten physikalischen System, bestehend aus dem Kapillarkörper, dem umgebenden Fluid und der Unterlage sollen nun

quasistatische Veränderungen derart vorgenommen werden, daß alle Wechselwirkungen zwischen dem Kapillarkörper und seiner Unterlage verschwinden. Die Form der Phasengrenze darf hierbei nicht verändert werden.

Die geforderten Systemveränderungen können analytisch sehr einfach mit Hilfe der Gleichungen (27) oder (28) verwirklicht werden. Es genügt nämlich, die Kraft ΔK_0 oder die Druckdifferenz Δp_0 gleich null zu setzen. Dies führt zur folgenden Abhängigkeit zwischen den Stoffwerten, dem Randwinkel β und dem Radius r des Kapillarkörpers mit unveränderter Form der Phasengrenze:

$$2\pi r \sin^2\beta - \pi gr^3(\rho_1 - \rho) \times \left(\frac{2}{3} + \cos\beta - \frac{1}{3}\cos^3\beta \right) \equiv 0. \quad (29)$$

Aus dieser Gleichung, welche die Ablösebedingung des Kapillarkörpers von der Unterlage nach Gleichung (15) zum Ausdruck bringt, kann der Radius r wie folgt explizit dargestellt werden:

$$r = \xi \left\{ \frac{\sigma}{g(\rho_1 - \rho)} \right\}, \quad (30)$$

wobei der Größe ξ die Bedeutung eines Formfaktors zukommt, der aus

$$\xi^2 = \frac{6 \sin^2\beta}{2 + 3 \cos\beta - \cos^3\beta} \quad (31)$$

zu berechnen ist.

Um den Einfluß des Randwinkels β auf den Formfaktor ξ und somit auch auf den Radius r zu veranschaulichen, sind Werte von ξ nach Gleichung (31) in Abb. 5 graphisch dargestellt. Der Randwinkel β wurde hierbei zwischen null und $5\pi/8$ verändert. Wie

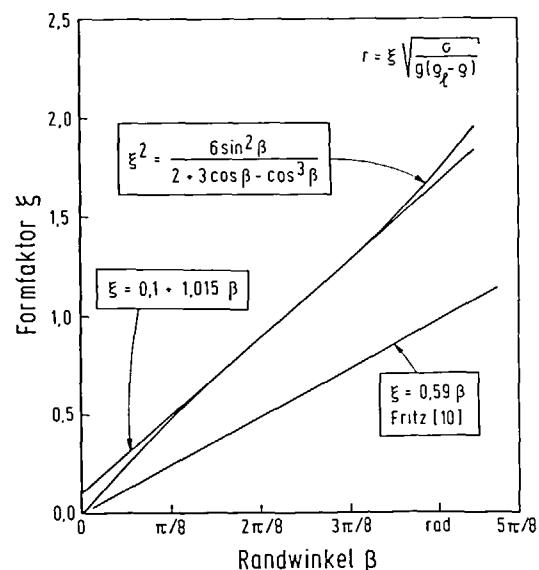


ABB. 5. Formfaktor ξ abhängig vom Randwinkel β .

dem Verlauf zu entnehmen ist, nimmt die Größe ξ mit dem Randwinkel β zu. Der Verlauf weist einen Wendepunkt auf. Im Bereich des Wendepunktes kann der Verlauf von ξ mit Hilfe der Gleichung

$$\xi = \kappa_1 + \kappa_2 \beta \quad (32)$$

linearisiert werden. Die Zahlenwerte der Konstanten κ_1 und κ_2 betragen

$$\kappa_1 = 0.1; \quad \kappa_2 = 1.015 \text{ rad}^{-1}.$$

Die nach der so linearisierten Gleichung berechneten Werte von ξ weichen weniger als 4% von den exakten Werten nach Gleichung (31) ab, wenn der Winkel β zwischen $\pi/8$ und $\pi/2$ liegt.

Läßt man in Gleichung (30) das Produkt $g(\rho_1 - \rho)$ gegen null gehen, was beispielsweise durch stetige Herabsetzung der Fallbeschleunigung g erreicht werden kann, so ist nach dieser Gleichung zu erwarten, daß der Kapillarkörper bei Annäherung an die Schwerelosigkeit $g \rightarrow 0$ unter statischen Bedingungen seine Unterlage nicht verlassen kann. Auch im Falle einer unendlich kleinen Dichtedifferenz $\rho_1 - \rho = \Delta\rho \rightarrow 0$ bleibt der Kapillarkörper im Kontakt mit der Unterlage.

Setzt man die Dichte ρ in Gleichung (30) gleich der Dampfdichte ρ_v , so ergibt sich für den Blasenradius r die Beziehung

$$r = \xi \left\{ \frac{\sigma}{g(\rho_1 - \rho_v)} \right\}, \quad (33)$$

in der ξ nach Gleichung (31) oder Gleichung (32) zu berechnen ist.

Die Beziehung für den Blasenabreißradius nach Gleichung (33) wird in der Literatur [9] als die Fritz-Gleichung [10] bezeichnet, in welcher der Formfaktor ξ nach der Gleichung

$$\xi = 0.59\beta \quad (34)$$

ermittelt wird. Dieser Gleichung für ξ liegen Untersuchungen von Bashforth und Adams [11] über aufsitzende Tropfen zugrunde. Die Abweichungen zwischen den nach Gleichung (31) von denen nach Gleichung (34) berechneten Werten von ξ können Abb. 5 entnommen werden. Die zum Teil beträchtlichen Unterschiede kommen dadurch zustande, daß der aufsitzende "schwere" Kapillarkörper einen größeren Randwinkel aufweist als ein schwereloser, wenn die Kontaktflächen in beiden Fällen gleich groß sind und der Randwinkel durch das Fluid mit größerer Dichte gemessen wird.

Von wenigen Ausnahmen [12–14] abgesehen, stimmen die in der vorliegenden Arbeit begründeten Bedingungen für das Ablösen von Dampfblasen mit den Vorstellungen zahlreicher Autoren [1–6, 15–17] nicht überein. Es scheint deshalb angebracht zu sein, die Richtigkeit der Ablösebedingung nach Gleichung (15)

eines Kapillarkörpers mit unveränderlicher Phasengrenze noch auf anderem Wege zu veranschaulichen. Dies soll mit Hilfe der in Abb. 6 dargestellten Anordnung geschehen.

Es sei entsprechend Abb. 6(a) eine schwere Platte in einer Flüssigkeit der Dichte ρ_1 aufgehängt. Die Kraft, welche unter der Voraussetzung der Reibungsfreiheit in der Anordnung im Faden gemessen werden kann, beträgt K . Unter die Platte wird nun eine starre Kugel mit dem Radius r_0 angebracht. Wenn die Dichte ρ des Kugelmaterials kleiner ist als die der umgebenden Flüssigkeit, wirkt die Kugel auf die Platte mit einer nach oben gerichteten Auftriebskraft ΔK

$$\Delta K = \frac{4}{3}\pi r_0^3 (\rho_1 - \rho). \quad (35)$$

Läßt man nun unter der Wirkung der umgebenden Flüssigkeit eine Verformung der Kugeloberfläche zu, so nimmt diese in einem neuen Gleichgewichtszustand die in Abb. 6(b) dargestellte Form an. Wenn das Volumen der Kugel als konstant vorausgesetzt wird, ruft die Formänderung der Kugeloberfläche keine zusätzlichen Kräfte im Faden hervor. Dies ist ohne weiteres einleuchtend, denn für eine Änderung der Gesamtkraft im Faden müßte Flüssigkeit über die Systemgrenze verdrängt werden.

Die Wirkung der Kraft ΔK wird von der verformten Kugel, die nun eine Gasblase darstellen möge, über die Kontaktfläche an die Platte übertragen. Die hierbei entstandene Druckdifferenz $\Delta p = p - p_1$ auf den beiden Seiten der Platte im Bereich der Kontaktfläche kann aus der folgenden Gleichung berechnet werden:

$$\Delta K = (p - p_1)A. \quad (36)$$

Betrachtet man die Platte als unendlich dünn und nimmt den Radius r der gekrümmten Teile der Phasengrenze als konstant an, so geht die Druckdifferenz $p - p_1$ in den Kapillardruck $2\sigma/r$ über. Somit erhält man mit ΔK nach Gleichung (35) aus Gleichung (36) die Beziehung

$$2\frac{\sigma}{r} = \frac{4}{3}\pi r_0^3 \frac{\rho_1 - \rho_v}{r^2 \sin^2 \beta}. \quad (37)$$

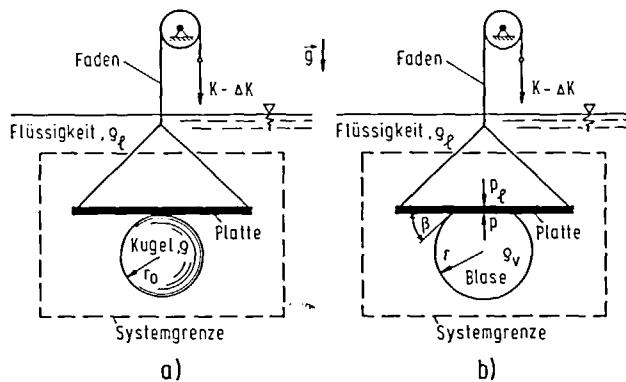
Zwischen den beiden Radien r und r_0 läßt sich wegen der vorausgesetzten Gleichheit des Kugelvolumens mit dem der Blase die Beziehung aufstellen

$$\frac{4}{3}r_0^3 = r^3 \left(\frac{2}{3} + \cos \beta - \frac{1}{3} \cos^3 \beta \right). \quad (38)$$

Mit r_0 nach Gleichung (38) geht Gleichung (37) in die zuvor hergeleitete Gleichung (29) über.

Diese Modellbetrachtung zeigt, daß die in Abb. 6(b) dargestellte Blase mit der Kraft ΔK nach Gleichung (36) im Gleichgewicht zur umgebenden Flüssigkeit gehalten wird. Da die Druckdifferenz $p - p_1$ in dieser Gleichung eine Folge der Oberflächenspannung ist, beschreiben die ebenfalls zum Blasenabreißradius führenden Gleichungen (37) und (38) lediglich das Gleichgewicht zwischen der Auftriebs- und der Oberflächenspannungskraft.

† Weitere Beziehungen für den Formfaktor ξ findet man unter anderem bei Koumoutsos und Mitarbeitern [12] sowie bei Cole und Mitarbeiter [13].

ABB. 6. Vorrichtung zur direkten Messung der Kraft ΔK .

Schlußfolgernd besagt diese Betrachtung, daß die oft in die Kräftebilanz einbezogene Kraft infolge der Differenz $p_0 - p_{10}$ zwischen dem Druck in der Blase p_0 und dem in der Flüssigkeit p_{10} in der Ebene der Heizfläche im Augenblick des Blasenabreißens nicht existieren kann. Diese Schlußfolgerung gilt unabhängig davon, ob der Wachstumsvorgang als statisch oder als dynamisch zu betrachten ist. Dies ist gerade die nach Gleichung (15) geforderte Ablösebedingung. Daß Gleichungen, die diese Druckdifferenz enthalten, dennoch gemessene Werte der Blasenabreißradien in gewissen Parameterbereichen richtig wiedergeben, liegt offenbar daran, daß die Wiedergabe durch empirische Korrekturen erzwungen wird.

4. KRITIK AN DEN BISHERIGEN VORSTELLUNGEN ÜBER DEN ABREISSVORGANG

Die in den vorigen Betrachtungen und in zahlreichen anderen Arbeiten vertretene Vorstellung, wonach die Form der Dampfblase im Augenblick des Abreißens "eingefroren" sei, siehe Abb. 1, bedarf einer Überprüfung. Wie vom Autor in einer früheren Mitteilung [18] dargelegt wurde, gehen dem Abreißvorgang tatsächlich starke Formänderungen der Phasengrenze voraus. Die intensive Verdampfung

entlang der Schnittlinie der Phasengrenze mit der Heizfläche führt zunächst dazu, daß die Phasengrenze in der nächsten Umgebung dieser Linie aus einer rein konkaven Form in eine Sattelform mit konkav-konvexer Krümmung entsprechend Abb. 7(a) übergeht. Der konvexe Krümmungsradius nimmt mit der Wachstumszeit der Blase immer zu. Dadurch entsteht ein "Blasenhals" zwischen der Heizfläche und der Dampfblase. Es sei erwähnt, daß bereits Fedotkin und Mitarbeiter [19] bei der Beschreibung des Blasengleichgewichts von der Tatsache ausgingen, daß die Dampfblase durch den "Blasenhals" im Kontakt mit der Heizfläche steht. Allerdings folgerten diese Autoren, daß die von der Oberflächenspannung herrührende Kraft nicht zu den äußeren Blasenkräften im Augenblick des Abreißens hinzugerechnet werden darf. Ihrer Theorie liegt zwar Kräftebilanz nach Gleichung (15) zugrunde, jedoch ohne den Einfluß der Oberflächenspannung. Da diese die Blasenabreißvorgänge dominierend beeinflußt, sind die von diesen Autoren erzielten Ergebnisse dennoch nicht korrekt.

Die Dampfblase reißt ab, wenn der konvexe Krümmungsradius durch Einschnürung der Phasengrenze in der Nähe der Heizfläche null wird [Abb. 7(b)]. Durch den Einschnürvorgang zerfällt die gesamte Dampfmasse in zwei unterschiedlich große Teile. Der weitaus kleinere Teil bleibt an der Heizfläche

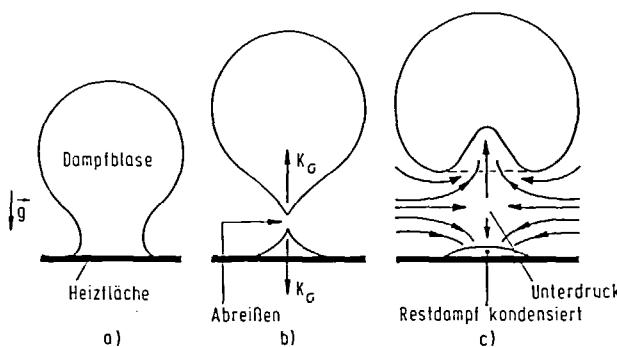


ABB. 7. Schematische Darstellung des Abreißvorgangs. (a) Form der Phasengrenze während des Blasenhaftens. (b) Einschnüren der Phasengrenze—Abreißen der Blase. (c) Kondensation des Restdampfes und Flüssigkeitsströmung.

haftend; dieser Dampf soll als Restdampf bezeichnet werden.[†] Der größte Teil des Dampfes verläßt die Heizfläche als abgerissene Dampfblase. An der unteren Spitze dieser Dampfblase herrscht—infolge kleiner Krümmungsradien—ein hoher Kapillardruck, der sich auszugleichen sucht und die Dampfblase in der Regel in Schwingungen versetzt. Der gleiche Druck wirkt aber auch auf den Restdampf an der Heizfläche. Dieser Druck kann nun bei Flüssigkeitszuständen, die hinreichend weit vom kritischen Punkt entfernt sind, so hohe Werte erreichen, daß der Restdampf an der Heizfläche teilweise oder gar vollständig verflüssigt wird.

Die genaue Berechnung des Kapillardruckes kurz nach dem Abreißen dürfte kaum möglich sein. Allerdings kann seine Größenordnung abgeschätzt werden. Nach den Ergebnissen einer Untersuchung von Rodenbush [20] liegen die Abmessungen eines Gleichgewichts-Clusters in der Größenordnung von 10^{-9} m. Geht man davon aus, daß die Oberflächenspannung σ von der Dimension der neuen Phase unabhängig ist, wenn die Längenabmessungen dieser Phase etwa 10^{-7} m betragen, so ergibt sich beispielsweise mit $\sigma = 0.02 \text{ N m}^{-1}$ für den Kapillardruck $2\sigma/r$ der Wert von 0.4 MPa. Die berechnete Druckdifferenz ist also beträchtlich. Sie wird jedoch durch die Kondensation des Restdampfes schon nach sehr kurzer Zeit stark abgebaut. Bei großer Differenz zwischen der Heizflächen- und der Siedetemperatur kann dann aus dem Restdampf ohne Wartezeit eine Folgeblase entstehen. Bei niedrigen Temperaturdifferenzen hingegen kondensiert der Restdampf zuerst. Die Wartezeit bis zur Entstehung der nächsten Blase kann beträchtlich sein.

Der hohe Kapillardruck unmittelbar nach dem Einschnüren der Dampfblase fand in den bisherigen Betrachtungen der Abreißvorgänge, wie sie beispielsweise von Cole [21] einer eingehenden Analyse unterzogen wurden, keine gebührende Beachtung.

Die starke Verformung der heizflächennahen Teile der Phasengrenze, der Übergang der Phasengrenze aus der stark konkaven in die rein konvexe Form, siehe Abb. 7(c), bewirkt einen entsprechend hohen Drucksprung Δp_1 in der Flüssigkeit [Abb. 8(b)]. Dieser Unterdruck vermag einerseits die gerade abgerissene Dampfblase an der Heizfläche zurückzuhalten. Wenn der Drucksprung durch die Flüssigkeitsströmung [Abb. 7(c)] nicht hinreichend weit abgebaut werden kann, so geht die Flüssigkeit ortswise in einen metastabilen Zustand mit hoher Überhitzung über. Diese beiden Folgeerscheinungen des Unterdrucks Δp_1 in der Flüssigkeit lassen sich auch experimentell nachweisen. Die haftende Wirkung des Unterdrucks auf die Dampfblase äußert sich in Änderung der

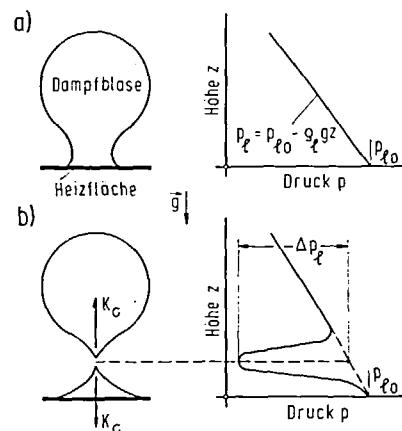


ABB. 8. Druckverlauf in der Flüssigkeit, (a) während des langsamen Blasenwachstums und (b) unmittelbar nach dem Abreißen der Blase.

dynamischen Kräfte, während der metastabile Zustand durch die starken Änderungen der optischen Eigenschaften der Flüssigkeit zwischen der Blase und der Heizfläche bzw. durch homogene Keimbildung nachgewiesen werden kann.

Offensichtlich kann man nicht von der Existenz einer Kontaktfläche zwischen dem Dampf und der Heizfläche ausgehen, wenn die zum Blasenabreißen führenden Gleichgewichtsbetrachtungen den tatsächlichen Abreißvorgang erfassen sollen. Der Radius r_* der Kontaktfläche entsprechend Abb. 1 geht infolge der Einschnürung vielmehr auf null zurück. Damit verschwindet aber die haftende Oberflächenspannungskraft, so daß die üblichen Betrachtungen zur Aufstellung von Blasenabreißbeziehungen nicht zu befriedigenden Ergebnissen führen. Die Wiedergabe der gemessenen Werte von Blasenabreißradien wird durch die so aufgestellten Beziehungen mit Hilfe empirischen Korrekturen erzwungen.

Danksagung—Diese Arbeit wurde am Institut für Technische Thermodynamik und Thermische Verfahrenstechnik der Universität Stuttgart durchgeführt. Dem Direktor dieses Instituts, Herrn Prof. K. Stephan, dankt der Autor für das entgegengebrachte Interesse an den Ergebnissen und die kritische Durchsicht der Arbeit.

LITERATUR

1. H. Beer, Das dynamische Blasenwachstum beim Sieden von Flüssigkeiten an Heizflächen, *Forsch. Ing.-Wes.* **37**, 85–90 (1971).
2. I. W. Wark, The physical chemistry of flotation. I. The significance of contact angle in flotation, *J. Phys. Chem.* **37**, 623–644 (1933).
3. B. Kabanov and A. Frumkin, Über die Größe elektrolytisch entwickelter Gasblasen, *Z. Phys. Chem. A165*, 433–452 (1933).
4. B. Kabanov and A. Frumkin, Nachtrag zu der Arbeit "Über die Größe elektrolytisch entwickelter Gasblasen", *Z. Phys. Chem. A166*, 316–317 (1933).
5. E. G. Keshock and R. Siegel, Forces acting on bubbles in

[†] In diesem Zusammenhang ist es von historischem Interesse, daß bereits 1878 Aitken [22] das Vorhandensein eines Restdampfes an der Heizfläche nach dem Abreißen der Blase erwähnt.

- nucleate boiling under normal and reduced gravity conditions, NASA, TN D-2299 (1964).
6. A. P. Hatton and I. S. Hall, Photographic study of boiling on prepared surfaces, *Proc. 3rd Int. Heat Transfer Conf.*, Vol. 4, pp. 24–37 (1966).
 7. A. K. Chesters, Bubble sizes in nucleate pool boiling, in *Boiling Phenomena* (edited by S. van Stralen and R. Cole) Vol. 2, McGraw-Hill, New York (1979).
 8. G. Kirchhoff, *Vorlesungen über Mathematische Physik*, Bd. I, Mechanik, 13te Vorlesung, 3. Auflage. Herausgeber W. Wien, Leipzig (1897).
 9. V. I. Tolubinskij, *Wärmeübergang bei Verdampfung* (Russ.), Naukova Dumka, Kiev (1980).
 10. W. Fritz, Berechnung des Maximallvolumens von Dampfblasen, *Phys. Z.* **36**, 379–384 (1935).
 11. F. Bashforth and J. C. Adams, *An Attempt to Test the Theories of Capillary Action*. Cambridge University Press (1883).
 12. N. Koumoutsos, R. Moassis and A. Spyridonos, A study of bubble departure in forced-convection boiling, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, Series C, J. Heat Transfer* **100**, 223–230 (1968).
 13. R. Cole, J. M. Papazian and W. R. Wilcox, Bubble departure radii at solidification interfaces, *Int. J. Heat Mass Transfer* **23**, 219–224 (1980).
 14. Yu. A. Kirichenko, Abreißbedingungen von Dampfblasen bei Blasenverdampfung (Russ.), *Inženerno-Fizičeskij Žurnal* **25**, 5–13 (1973).
 15. B. W. Hardy, The formation of gas bubbles at orifices submerged in a moving liquid stream, Doctoral Thesis, Texas A&M. University (1964).
 16. S. L. Sullivan, Jr., B. W. Hardy and C. D. Holland, Formation of air bubbles at orifices submerged beneath liquids, *A.I.Ch.E. Jl* **10**, 848–854 (1961).
 17. A. K. Chesters, An analytical solution for the profile and volume of a small drop or bubble symmetrical about a vertical axis, *J. Fluid Mech.* **81**, 609–624 (1977).
 18. J. Mitrović, Evaporation process and shape of vapour bubbles on a horizontal heating surface, International Institute of Refrigeration, Session of the Commissions, B1, B2 and E1, Belgrade, Yugoslavia (1977).
 19. I. M. Fedotkin, S. M. Konstantinov and A. A. Fereshchenko, Separation of vapor bubble and calculation of the critical bubble radius (Russ.), *Inženerno-Fizičeskij Žurnal* **24**, 831–835 (1973).
 20. W. H. Rodenbush, Nuclei in evaporation and condensation, *Chem. Rev.* **44**, 269–276 (1949).
 21. R. Cole, Boiling nucleation, *Adv. Heat Transfer* **10**, 85–166 (1974).
 22. J. Aitken, On boiling, condensing, freezing, and melting, *Trans. R. Scott. Soc. Arts Edinb.* **9**, 240–287 (1878).

THE BREAK-OFF OF VAPOR BUBBLES FROM SOLID SURFACES

Abstract—Break-off radii of growing bubbles are usually determined with the help of force balances. In many studies, the force balance contains the force which acts on the contact area between the vapor in the bubble and the heating surface. However, since this force disappears at the detachment point, equations for the break-off radius which include this force are incorrect.

In this study, the previous conceptions of the processes of bubble break-off are first explained. It is then explained that, in the instant of the break-off, every interaction between the vapor and the heating surface must disappear. Under the assumption that the shape of the interface at the break-off point has not changed, an equation for the break-off radius is derived. Finally, the true detachment processes of the vapor bubbles are described.

LE DÉTACHEMENT DES BULLES DE VAPEUR DE SURFACES CHAUFFÉES

Résumé—Normallement, on trouve les radius de détachement d'un bulle de vapeur par un bilan de forces. Dans beaucoup d'investigations le bilan de forces contient aussi la force agissant à la surface de contact entre la vapeur et la surface de chauffe. Les équations pour le radius de détachement qui contiennent cette force ne sont pas correctes car, à l'instant du détachement des bulles, cette force disparaît.

Dans le travail présenté, on discute d'abord de façon les notions actuelles du processus de détachement des bulles. Puis, nous montrons que, à l'instant du détachement d'un bulle de vapeur, toute interaction entre la vapeur et la surface de chauffe disparaît. Partant de ce fait, en supposant que la surface du bulle ne change pas de forme, nous déduisons une relation pour le radius de détachement. Enfin, l'expiration du processus de détachement d'un bulle croissant est décrite.

ОБ ОТРЫВЕ ПАРОГО ПУЗЫРКА ОТ НАГРЕВАННОЙ ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Аннотация—Отрывной радиус парового пузырка определяется обычно с помощью равновесия сил. Во многих работах уравнение сил содержит также силу действующую между паром и поверхности нагревателя. Потому что в момента отрыва пузырков эта сила обращается в нуль, уравнения, содержащие эту силу, являются несправедливыми для определения отрывного радиуса. В настоящей работе сперва изучаются существовавшие до сих пор представления о процессах отрыва паровых пузырков. Потом указывается, что каждое взаимодействие между паром и поверхности нагревателя необходимо обращаться к нулю в моменте отрыва. Исходя от этого факта в условии формонизменяемой поверхности пузырка определяется соотношение отрывного радиуса. В заключение описывается отрывной процесс по времени растущего пузырка.